

Mathématiques

La résolution de problèmes au cycle 3

Circonscription de Guingamp Sud

2011 / 2012

1. Les résultats des élèves aux évaluations nationales et internationales

2. Quelles erreurs pour quelles difficultés ?

3. Comment aider les élèves à progresser ?

4. Comment travailler les situations problèmes en classe ?

5. Des exemples de mises en œuvre dans des classes de cycle 3

6. La résolution de problèmes dans les IO et dans le socle commun

7. Ressources

Qu'est-ce qu'un problème ?

« Il y a problème lorsqu'on peut apporter des réponses par des raisonnements. Il faut qu'il y ait quelque chose à chercher et qu'il ne soit pas possible d'utiliser la mémoire seule. »

Guy Brousseau

1. Les résultats des élèves aux évaluations nationales et internationales

Analyse de productions d'élèves aux évaluations nationales CM2.

2. Quelles erreurs pour quelles difficultés ?

Exercice 11

Une classe de CM2 se rend chaque mardi après-midi à la piscine. Les élèves doivent être dans l'eau à 14 h 15. On compte 5 min pour quitter la classe et monter dans le car, un quart d'heure pour effectuer le trajet entre l'école et la piscine, 5 min pour se déshabiller et prendre une douche obligatoire. A quelle heure les élèves doivent-ils quitter la classe ?

Fais tes calculs dans ce cadre.

$$\begin{array}{r} 1415 \\ - 10 \\ \hline 1405 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 5 \\ \hline 10 \end{array}$$

x

Réponse Les élèves doivent sortir de la classe à 14h00

Item 79			
1	4	9	0

Exercice 15

A/ Le directeur doit acheter des cahiers et des livres pour l'école. 6 livres coûtent 150 €. Combien coûtent 9 livres ?

Fais tes calculs dans ce cadre.

$$\begin{array}{r} 150 \div 6 = 25 \\ \begin{array}{r} 150 \\ - 120 \\ \hline 30 \\ - 30 \\ \hline 00 \end{array} \end{array}$$

Réponse : Le prix pour neuf livres est de 25 euros.

Exercice 20

CAMPING DES TROIS CHÊNES	
Tarif par semaine	
Adulte	54 €
Enfant (jusqu'à 10 ans)	21 €
Emplacement pour une caravane	40 €
Emplacement pour une toile de tente	22 €
Animaux autorisés	gratuit

A/ Pierre et Catherine, accompagnés de leur fille Léa de 7 ans et de leur chien, installent leur caravane dans ce camping. Ils souhaitent y rester trois semaines. Combien paieront-ils pour une semaine ?

Fais tes calculs dans ce cadre.

$$\begin{array}{r}
 54 \quad + \quad 108 \\
 \times 2 \quad + \quad 21 \\
 \hline
 108 \quad + \quad 129 \\
 \hline
 \end{array}$$

Réponse : Quand ils restent une semaine ils paieront 129 €.

B/ Jacques et Henri, âgés de 17 et 20 ans plantent leur tente pour deux semaines dans le camping des Trois Chênes. Combien paieront-ils ?

Fais tes calculs dans ce cadre.

$$\begin{array}{r}
 54 \\
 \times 14 \\
 \hline
 208 \\
 + 540 \\
 \hline
 748
 \end{array}$$

Réponse : Quand ils restent deux semaines ils paieront 748 €.

Item 96	Item 97
1 3 4 9 0	1 3 4 9 0

Exercice 21

A chaque saut, une sauterelle avance de 30 centimètres. Combien de sauts doit-elle faire pour parcourir 15 mètres ?

Fais tes calculs dans ce cadre.

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 30 \\ \hline 450 \end{array}$$

Réponse : Pour faire 15 mètres elle fait un saut de 450 cm

Item 98			
1	4	9	0

Exercice 19

Pour faire une mousse au chocolat, Louis a trouvé une recette qui permet de faire quatre coupes. Il faut :

- 2 œufs
- 100 g de chocolat
- 30 g de sucre

Calcule les quantités de chacun des ingrédients (œufs, chocolat, sucre) pour faire 10 coupes.

Réponse : Les quantités pour 10 coupes sont :

- œufs 8
- 500 g de chocolat
- 150 g de sucre

Explique ton raisonnement :

$$100 \times 5 = 500 \quad 30 \times 5 = 150$$

Fais tes calculs ici.

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 5 \\ \hline 500 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ \times 5 \\ \hline 150 \end{array}$$

Exercice 18

Un spectacle musical avec cinq artistes est proposé au directeur d'une école. Il faut payer les artistes 50 euros chacun. Il faut aussi payer leur déplacement, soit deux cents euros au total. Il n'y a pas d'autres frais.

L'association de parents d'élèves donne une aide de 110 euros et la mairie accorde une autre aide de 240 euros.

Si les 102 élèves de cette école assistent au spectacle, quelle participation financière pourrait être demandée à chaque élève pour payer la dépense restante ?

Réponse : La participation financière de chaque élève pourrait être de

Explique ton raisonnement :

$$50 \times 5 = 250 \quad 100 \times 50 = 500$$

$$110 + 240 = 350$$

Fais tes calculs ici.

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times 5 \\ \hline 250 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ \times 50 \\ \hline 500 \end{array} \quad \begin{array}{r} 110 \\ + 240 \\ \hline 350 \end{array}$$

Item 96	Item 97	Item 98
1 9 0	1 9 0	1 9 0

Exercice 14

Résous le problème suivant :

Un jardinier achète 9 rosiers à 4 € pièce et 3 sapins à 17 € pièce. Quel est le montant de sa dépense ?

Fais tes calculs dans ce cadre.

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 4 \\ \hline 36 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ \times 3 \\ \hline 51 \end{array} \quad \begin{array}{r} 51 \\ \times 36 \\ \hline 306 \\ 1530 \\ \hline 1836 \end{array}$$

Réponse : Le jardinier a dépensé 1 836 €

Item 87				
1	3	4	9	0

Exercice 14

Résous le problème suivant :

Un jardinier achète 9 rosiers à 4 € pièce et 3 sapins à 17 € pièce. Quel est le montant de sa dépense ?

Fais tes calculs dans ce cadre.

$$\begin{array}{r} 51 \\ 20 \\ \hline 71 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2 \\ 17 \\ + 17 \\ + 17 \\ \hline 51 \end{array}$$

Réponse : 71 y'en a

Item 87				
1	3	4	9	0

Analyse des résultats des élèves français aux évaluations internationales PISA (Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves)

Source : Eduscol – L'enseignement des mathématiques à l'école primaire (février 2008)

Les élèves français ont acquis des connaissances mathématiques mais ils éprouvent des difficultés à

- généraliser un résultat ;**
- prendre des initiatives ;**
- utiliser une méthode par « essais-erreurs »**

Note de la DEP

3. Comment aider les élèves à progresser ?

Quelles situations peuvent favoriser la maîtrise progressive de ces compétences ?

Cas où l'énoncé du problème est un texte écrit

Les difficultés de lecture (compréhension)

- **Lecture de l'énoncé**
- **Lecture de la question**

Des causes possibles des difficultés de lecture et des pistes de remédiation.

Des causes possibles des difficultés de lecture et des pistes de remédiation.

- **Le vocabulaire (les mots de l'énoncé) et la compréhension du sujet du problème**

Des élèves focalisent leur attention sur des indices de surface (nombres écrits, mots inducteurs...)

Un parcours composé de deux tronçons a une longueur totale de 2 km. La longueur du premier tronçon mesure 800 m.

Quelle est la longueur du second tronçon ?

Cap Maths CM1 Hatier 2010

Un parcours composé de deux tronçons a une longueur totale de 2 km. La longueur du premier tronçon mesure 800 m.

Quelle est la longueur du second tronçon ?

Cap Maths CM1 Hatier 2010

tronçon

Des causes possibles des difficultés de lecture et des pistes de remédiation.

- Le vocabulaire et la compréhension du sujet du problème
- **La ponctuation**

Le confiseur a fabriqué 100 bonbons à la fraise.
Il les met dans des boîtes de 6 bonbons .
Combien peut-il remplir de boîtes ?

Un confiseur a fabriqué 180 bonbons à la fraise.
Il a déjà rempli 12 boîtes de 6 bonbons .
Combien de boîtes peut-il encore remplir ?

Cap maths CE, fichier d'entraînement, Hatier, 2011

Des causes possibles des difficultés de lecture et des pistes de remédiation.

- Le vocabulaire et la compréhension du sujet du problème
- La ponctuation
- **L'illustration**

3 a. Recopie et complète le tableau de proportionnalité.

Nombre de dictionnaires	2	4	6	12	18	24	36		60
Poids en kg						60		120	

b. Trace le graphique correspondant aux données des six premières colonnes du tableau.

Tu pourras graduer l'axe horizontal, portant le nombre de dictionnaires, de 2 en 2, et l'axe vertical, portant les poids, de 5 en 5.

c. Peux-tu trouver, à l'aide du tableau ou du graphique, le poids d'un dictionnaire ?





À la fin de la récréation, plusieurs classes se sont mises en rang dans la cour de l'école.

Il y a 20 élèves dans chacune de ces classes.

80 élèves attendent ainsi pour entrer en classe.

Combien de classes se sont mises en rang ?

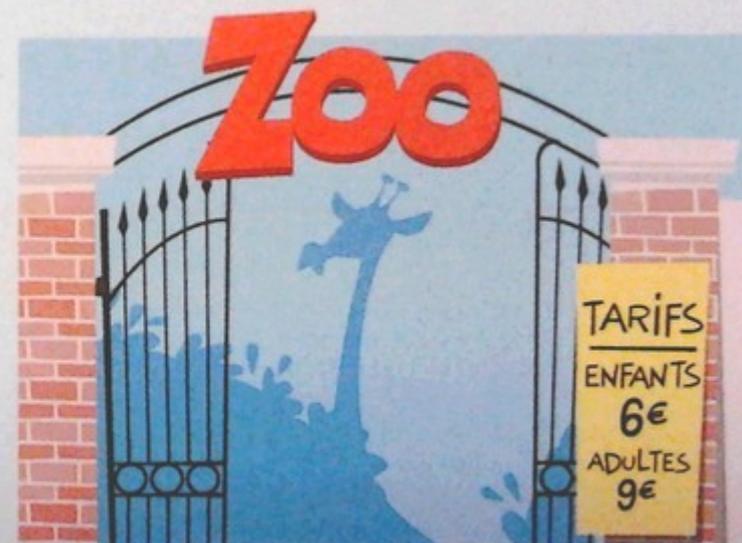
3 Pour résoudre ce problème, tu dois utiliser une calculatrice.

Dimanche dernier, il faisait beau.

Le matin au zoo, il y a eu 256 visiteurs et l'après-midi, il y en a eu le double.

La caissière a compté que, au cours de la journée, elle avait vendu 458 billets pour des enfants.

Quelle somme d'argent la caissière a-t-elle encaissée au cours de la journée?



Des causes possibles des difficultés de lecture et des pistes de remédiation.

- Le vocabulaire et la compréhension du sujet du problème
- La ponctuation
- L'illustration
- **La question**

A la librairie, Julien achète un livre à 9,60€. Il donne un billet de 20 €.

Exprime sous la forme d'un nombre décimal la monnaie que le libraire lui rend.

La clé des Maths, CM1, Belin, 2010

- formulation

20% des enfants aiment les brocolis mais pas les artichauts.
50% des enfants aiment les artichauts et pas les brocolis.
20% des enfants n'aiment aucun des deux légumes.

Quel est le pourcentage des enfants qui aiment les deux légumes ?

Maths tout terrain, CM2, C3, Fichier de différenciation 2011

- place dans l'énoncé

Voici une suite de nombres, écris la suite.

12, 23, 34, 45, 56, 67...

- la réponse attendue...

Nicolas et Fatih ont chacun un petit frère né cette année.

Le petit frère de Nicolas mesure $\frac{1}{2}$ m.

Le petit frère de Fatih mesure $\frac{6}{10}$ m.

Lequel des deux bébés est le plus grand ?

Maths tout terrain, CM2, C3, manuel élève, BORDAS, 2011

- la réponse attendue...

Les difficultés de représentation (raisonnement)

- **Représentation de la situation**
- **Représentation de la tâche (consignes)**

Les élèves ont des difficultés pour comprendre la situation proposée. Comment les y aider ?

L'appui sur le matériel : trois possibilités

1) Le matériel est présent mais non disponible pour résoudre le problème ;

Le jeu des carrés et des triangles

*Eduscol – Mathématiques
Document d'accompagnement – programmes 2002
Les problèmes pour chercher*

Les élèves ont des difficultés pour comprendre la situation proposée. Comment les y aider ?

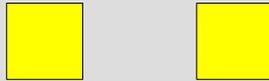
L'appui sur le matériel : trois possibilités

3) Les élèves procèdent d'abord à une résolution avec matériel puis on leur demande une résolution sans matériel pour laquelle les valeurs des variables sont changées.

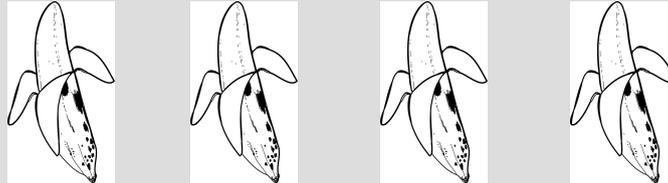
Recette des bananes au four

Il faut :

- 20 g de beurre



- 4 bananes

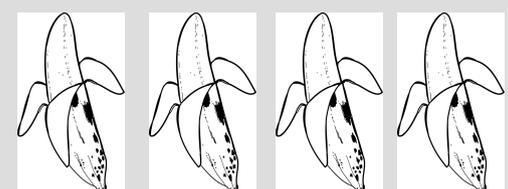
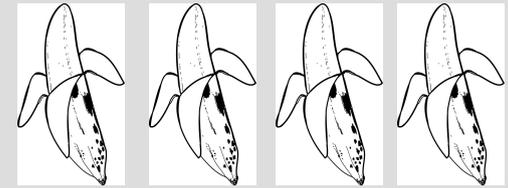
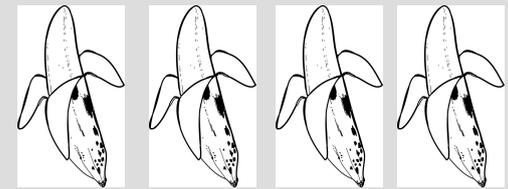
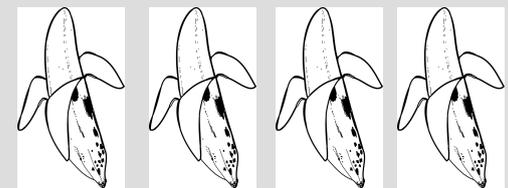
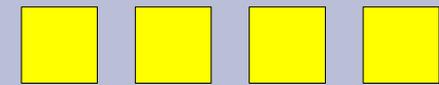


- 10 g de sucre



1) Faire la même recette pour 8 bananes (collectif)

Beurre	Sucre (en g)	Bananes



2) La recette initiale et la situation pour 8 bananes dans un tableau de données (collectif)

Beurre (en g)	Sucre (en g)	Bananes
20	10	4
..40..	20	..8..

The table illustrates the scaling of a recipe. The first row shows the initial recipe: 20g of butter, 10g of sugar, and 4 bananas. The second row shows the scaled recipe for 8 bananas, with values 40g of butter, 20g of sugar, and 8 bananas. Blue arrows and the multiplier 'x2' indicate that the quantities of butter and sugar are doubled to maintain the same proportions.

3) La recette pour 120g de beurre (par groupes de 2) : résultats et procédures

Beurre (en g)	Sucre (en g)	Bananes
120		
50		
83		

lait, sucre

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 40 \\ \hline 60 \end{array}$$

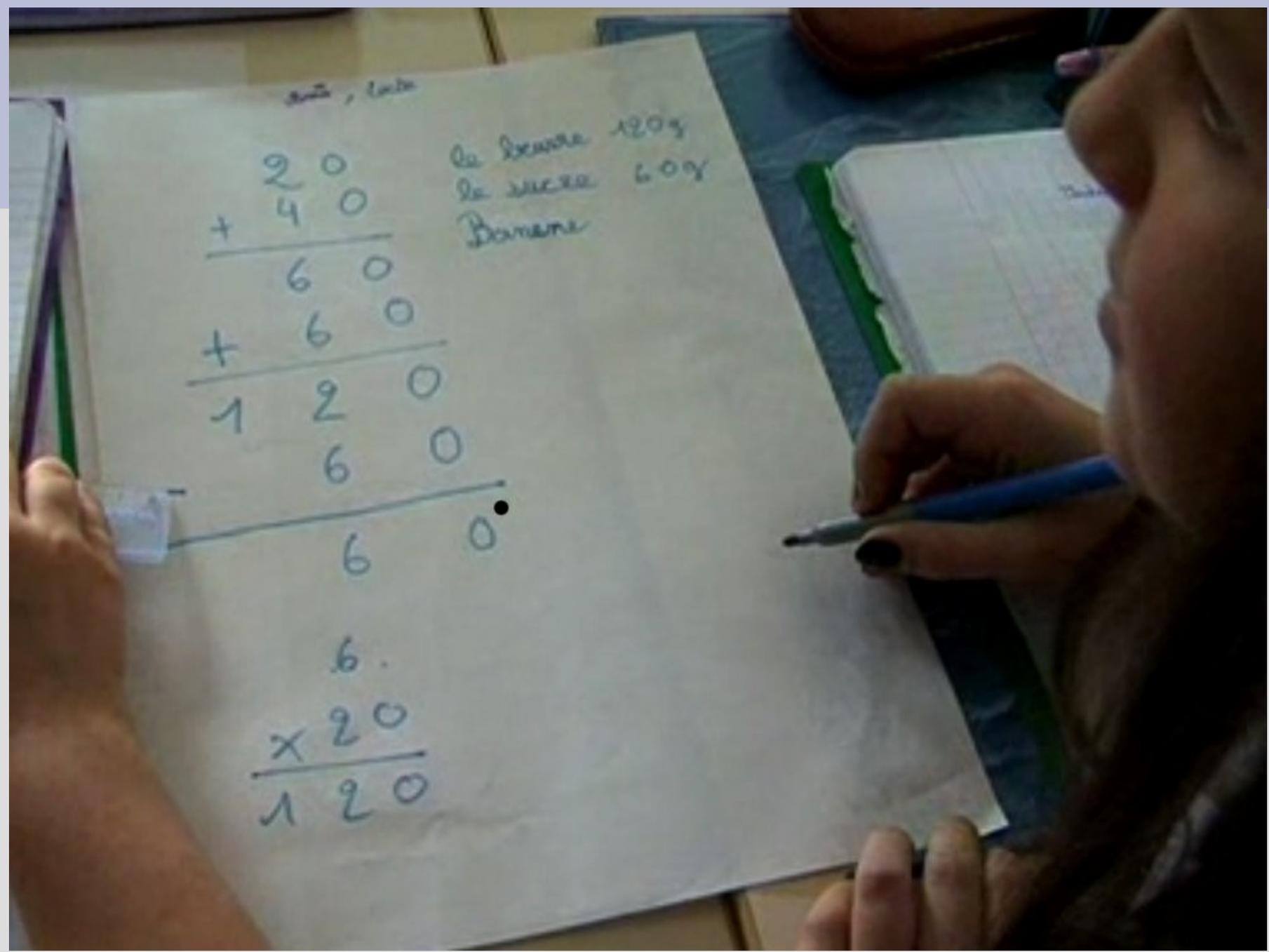
$$\begin{array}{r} + 60 \\ \hline 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ + 60 \\ \hline 180 \end{array}$$

6.

$$\begin{array}{r} \times 20 \\ \hline 120 \end{array}$$

le sucre 120g
le lait 60g
Banane



Classe, Vincent

$$6 \times \begin{array}{r} 20 \\ 120 \end{array}$$

$$10 \times \begin{array}{r} 60 \\ 60 \end{array}$$

$$4 \times \begin{array}{r} 6 \\ 24 \end{array}$$

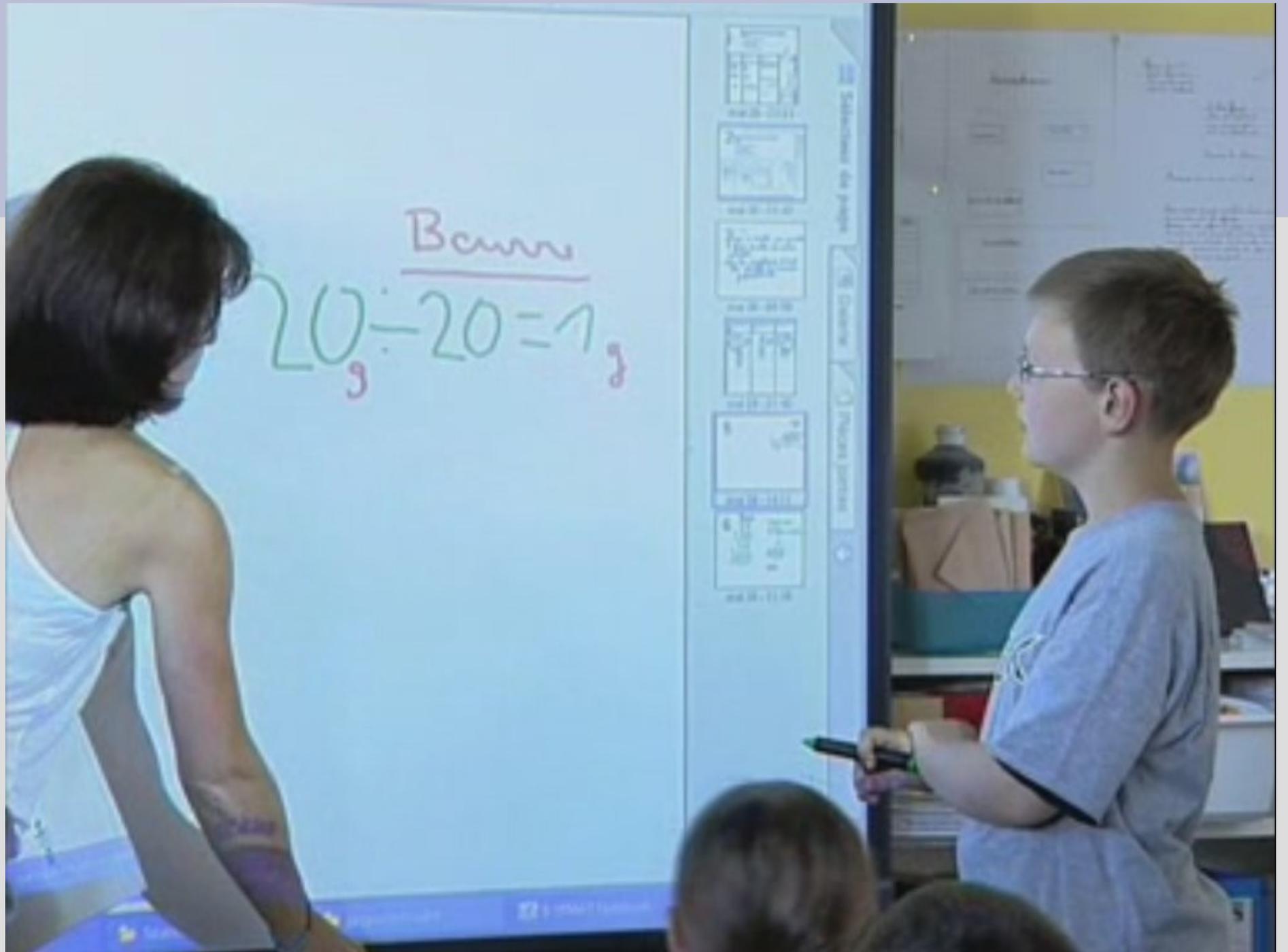
On a fait de 20 à 120 combien de fois calculé

il y avait 20 g de beurre à 120 g

lors on a trouvé $6 \times 20 = 120$ alors

fait fois 6 à la quantité de

sucre car a fait 60 parce que 10×6 et
à la quantité de bananes



Beweis

$$20:20=1$$

quantité de beurre (en g)	quantité de sucre (en g)	Bananes
$\begin{array}{r} \times 2 \left(\begin{array}{l} 20 \\ 40 \end{array} \right) \times 2 \\ \rightarrow 120 \\ 50 \\ 86 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ 20 \end{array} \times 2 \\ 60 \\ 25 \\ 3 + 40 = \textcircled{43} \\ \downarrow \quad \uparrow \\ 60 \quad 43 \\ : 2$	$\begin{array}{r} 4 \\ 8 \end{array} \times 2 \\ 24 \times 6 \\ 106 \\ 12 + 16 = \underline{\underline{28}}$

Les erreurs de calcul

- **connaissances des nombres,**
- **calcul mental,**
- **résultats mémorisés**

Les erreurs de calcul (connaissances des nombres, calcul mental, résultats mémorisés)

Hors du temps consacré à la résolution de problèmes, travailler la construction du nombre, l'apprentissage des techniques opératoires...

Pour la résolution de problèmes : liens entre l'aisance en calcul mental (réfléchi et automatisé) et la moindre charge cognitive qui permet de se centrer sur le raisonnement ;

Permettre le calcul instrumenté ;

Inciter à estimer l'ordre de grandeur du résultat...

4. Comment travailler les situations problèmes en classe ?

**Avantages, inconvénients et limites de
l'utilisation d'un fichier.**

D'où la nécessité de :

- mettre en œuvre des situations problèmes qui vont permettre de travailler les compétences à acquérir ;
- pour cela et préalablement, différencier les compétences et attitudes à acquérir pour toute résolution d'une situation problème mathématique et les compétences ciblées pour chaque problème particulier ;
- utiliser le fichier pour les exercices d'entraînement et de réinvestissement, ces exercices auront été préalablement sélectionnés.

Comment choisir un problème pour chercher pour sa classe ?

Pour aider à la compréhension, varier les problèmes.

Les didacticiens proposent différentes classifications.

a) suivant les formes d'énoncés

- **problèmes « à habillage »** (texte)
- **problèmes de recherche**, sans difficulté de compréhension de texte, par exemple les carrés magiques...
- **problèmes** dont les données sont présentées par un **schéma, un tableau, un graphique**
- **problèmes communiqués oralement** avec les informations importantes au tableau
- **problèmes** présentés à partir d'un dispositif **matériel** qui facilite la représentation de la situation et la validation

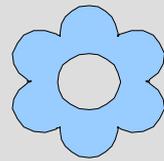
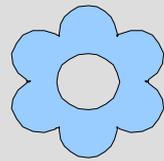
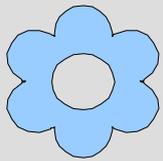
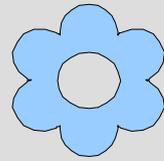
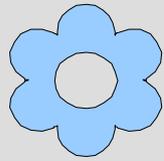
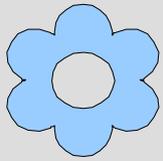
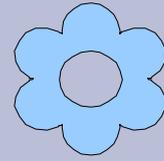
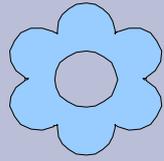
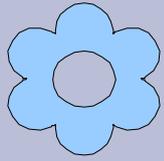
b) suivant les notions mathématiques travaillées

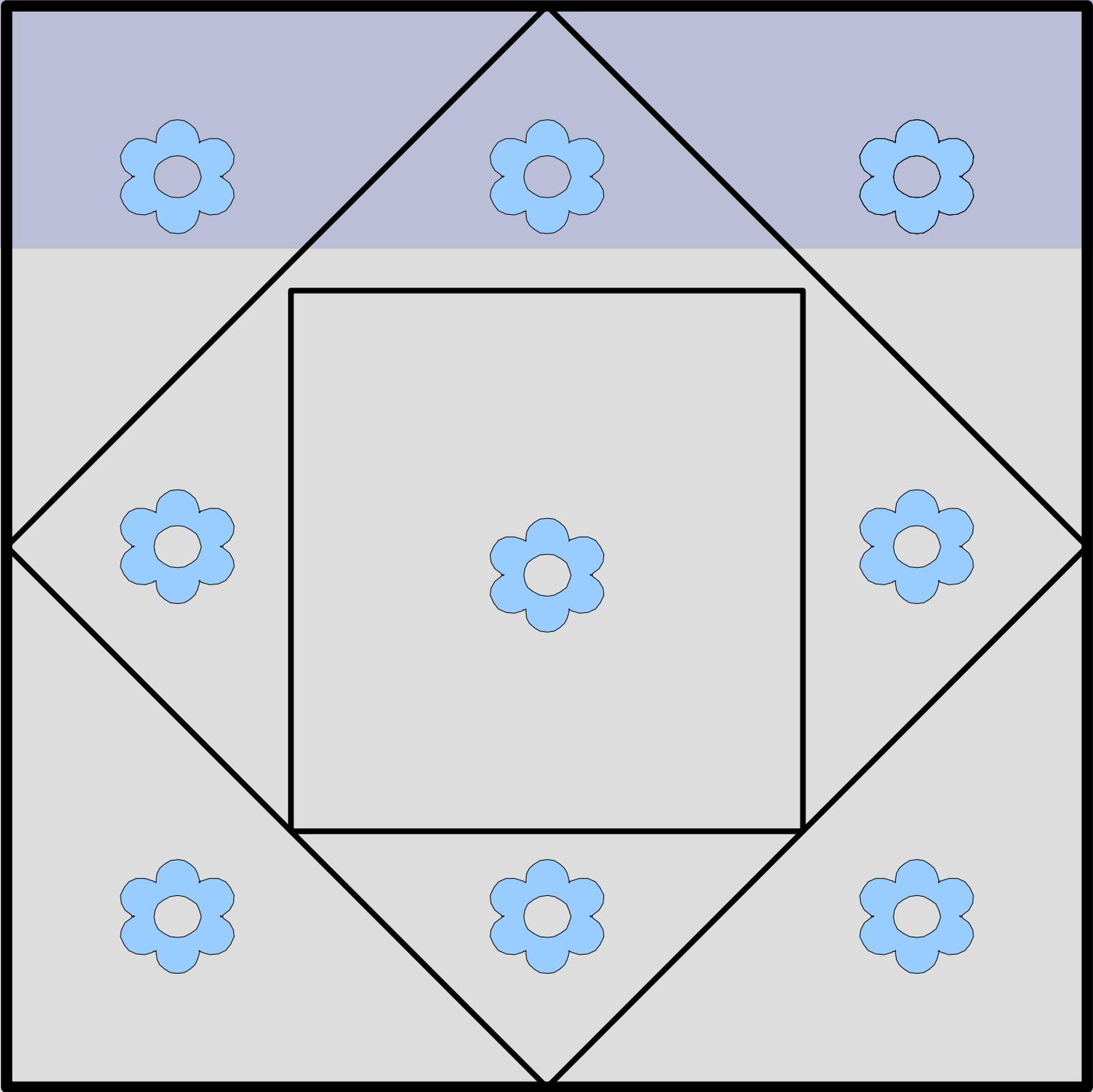
- nombres
- opérations
- mesures
- objets géométriques

Marie veut ranger ses 9 fleurs.

Trouve une solution pour compartimenter la boîte au moyen de deux carrés de tailles différentes et de telle sorte qu'il sera possible d'isoler chaque fleur pour qu'elle soit bien mise en valeur.

*(D'après 50 activités de recherche en mathématiques
aux cycles 2 et 3 - CRDP)*





c) suivant les objectifs pédagogiques

- **Des problèmes pour introduire et motiver l'étude d'une nouvelle *organisation mathématique***

Découverte

- **Des problèmes pour reconnaître et pratiquer le champ d'application de cette *organisation mathématique***

Catégorisation / entraînement / réinvestissement

L'élève doit reconnaître le type de tâche demandée et retrouver la technique qui lui est associée.

La mise en commun

Sa fonction dépend en partie de l'objectif de la situation proposée :

- La situation est une situation de recherche ouverte et nouvelle : mettre l'accent sur la richesse et la **diversité des procédures**.
- La situation vise à la stabilisation d'une notion : **institutionnaliser ce savoir**.
- Une situation entre les deux : focaliser l'attention des élèves sur certaines procédures afin de les **verbaliser** ; établir des liens entre les différentes procédures.

C'est l'étape de verbalisation, validation et institutionnalisation.

Retour sur l'analyse des résultats aux évaluations PISA.

Les élèves français ont acquis des connaissances mathématiques mais ils éprouvent des difficultés à

- généraliser un résultat ;
- prendre des initiatives ;
- utiliser une méthode par « essais-erreurs ».

Un **savoir** ne se décrète pas, il se **construit** avec les élèves.
L'élève doit pouvoir confronter ses pratiques à celles des autres, aller chercher au-delà de ses ressources propres.

MAIS

Un **savoir** non **institué** est un savoir fugace qui ne sera pas identifié, ni connu, ni appris par tous.

Il n'y a pas de savoir sans **technique**, l'exercice fonde l'élève à ne pas perdre la technique et à pouvoir librement l'utiliser. **Il donne des automatismes qui libèrent la pensée.**

Philippe Perrenoud

6. La résolution de problèmes dans les IO et dans le socle commun

Programmes du cycle 3 - BO du 19 juin 2008

- *La pratique des mathématiques développe le goût de la **recherche** et du **raisonnement**, l'**imagination** et les capacités d'**abstraction**, la **rigueur** et la **précision**.*
- *Dans les quatre domaines du programme, l'élève enrichit ses connaissances, acquiert de nouveaux outils, et **continue d'apprendre à résoudre des problèmes**.*
Il renforce ses compétences en calcul mental. Il acquiert de nouveaux automatismes.
*L'acquisition des **mécanismes** en mathématiques est toujours associée à une **intelligence de leur signification**.*

Compétences du socle commun Palier 2 (fin CM2)

Principaux éléments de mathématiques (compétence 3)

Nombres et Calcul

- *Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations, engageant une démarche à une ou plusieurs étapes, de plus en plus complexes.*

Géométrie

- *Résoudre des problèmes de reproduction, de construction.*

Grandeurs et mesures

- *Résoudre des problèmes dont la résolution implique des conversions.*

Organisation et gestion des données

- *Savoir organiser les données d'un problème numérique ou géométrique en vue de sa résolution.*
- *Résoudre un problème mettant en jeu une situation de proportionnalité.*

- **7. Ressources**